

Министерство образования Республики Беларусь
 Учреждение образования
 «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
 Институт информационных технологий
 Кафедра физико-математических дисциплин

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА

Варианты индивидуальных заданий по КР
 для студентов учебных групп 282921, 282922 ИИТ БГУИР
 заочной формы обучения (осенний семестр 2014-2015 уч.г.)

Предлагаемое индивидуальное задание по контрольной работе (КР) содержит задачи (10 вариантов) по основным темам курса численных методов анализа. Вариант определяется по последней цифре номера зачетной книжки.

Все расчеты следует проводить с точностью до 0,001. Решать задачи желательно в СКА Maple, используя встроенные команды и программируя нужный алгоритм. Таким образом, для каждого задания будет 2 ответа: один, полученный системой Maple, второй – результат работы созданной в Maple процедуры.

Защита КР будет организована в рамках практических занятий во время зимней сессии (аналогичная работа с другими данными). «Если студент не защитил КР до текущей аттестации или в ходе ее проведения, он получает неудовлетворительную оценку по итогам текущей аттестации. При повторной текущей аттестации студент обязан проходить повторную защиту КР...» [Положение «О контрольных работах студентов ЗФО в БГУИР»].

Консультации проводятся в 1-ю и 3-ю календарные среды (День заочника) в каб. 801-7 по расписанию (см. сайты ИИТ БГУИР).

ВНИМАНИЕ!!!

НЕ ТРЕБУЕТСЯ оформление отчета по КР в бумажном или электронном виде!

Задание 1.

1) Решить СЛАУ методом Гаусса или одной из его модификаций.

$$0. \begin{cases} 0,34x + 0,71y + 0,63z = 2,08; \\ 0,71x - 0,65y - 0,18z = 0,17; \\ 1,17x - 2,35y + 0,75z = 1,28. \end{cases}$$

$$1. \begin{cases} 3,75x - 0,28y + 0,17z = 0,75; \\ 2,11x - 0,11y - 0,12z = 1,11; \\ 0,22x - 3,17y + 1,81z = 0,05. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 1,24x - 0,87y - 3,17z = 0,46; \\ 2,11x - 0,45y + 1,44z = 1,50; \\ 0,48x + 1,25y - 0,63z = 0,35. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 0,64x - 0,83y + 4,20z = 2,23; \\ 0,58x - 0,83 + 1,43z = 1,81; \\ 0,86x + 0,77y + 0,88z = -0,54. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 0,32x - 0,42y + 0,85z = 1,32; \\ 0,63x - 1,43y - 0,58z = -0,44; \\ 0,84x - 2,23y - 0,52z = 0,64. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 0,73x + 1,24y - 0,38z = 0,58; \\ 1,25x + 0,66y - 0,78z = 0,66; \\ 0,75x + 1,22y - 0,83z = 0,92. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 0,62x - 0,44y + 0,86z = 0,68; \\ 0,83x + 0,42y - 0,56z = 1,24; \\ 0,58x - 0,37y - 0,62z = 0,87. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 1,26x - 2,24y + 1,17z = 3,14; \\ 0,75x + 1,24y - 0,48z = 1,17; \\ 3,44x - 1,85y + 1,16z = 1,83. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 0,46x + 1,72y + 2,53z = 2,44; \\ 1,53x - 2,32y - 1,83z = 2,83; \\ 0,75x + 0,86y + 3,72z = 1,06. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2,47x + 0,65y - 1,88z = 1,24; \\ 1,34x + 1,17y + 2,54z = 2,35; \\ 0,86x - 1,73y - 1,08z = 3,15. \end{cases}$$

2) Решить СЛАУ методом квадратного корня.

$$0. \begin{cases} 2,23x - 0,71y + 0,63z = 1,28; \\ -0,71x + 1,45y - 1,34z = 0,64; \\ 0,63x - 1,34y + 0,77z = -0,87. \end{cases}$$

$$1. \begin{cases} 1,63x + 1,27y - 0,84z = 1,51; \\ 1,27x + 0,65y + 1,27z = 0,63; \\ -0,84x + 1,27y - 1,21z = 2,15. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 0,78x + 1,08y - 1,35z = 0,57; \\ 1,08x - 1,28y + 0,37z = 1,27; \\ -1,35x + 0,37y + 2,86z = 0,47. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 0,83x + 2,18y - 1,73z = 0,28; \\ 2,18x - 1,41 + 1,03z = -1,18; \\ -1,73x + 1,03y + 2,27z = 0,72. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2,74x - 1,18y + 1,23z = 0,16; \\ -1,18x + 1,71y - 0,52z = 1,81; \\ 1,23x - 0,52y + 0,62z = -1,25. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 1,35x - 0,72y + 1,38z = 0,88; \\ -0,72x + 1,45y - 2,18z = 1,72; \\ 1,38x - 2,18y + 0,93z = -0,72. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 1,48x + 0,75y - 1,23z = 0,83; \\ 0,75x - 0,96y + 1,64z = -1,12; \\ -1,23x + 1,64y - 0,55z = 0,47. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2,16x - 3,18y + 1,26z = 1,83; \\ -3,18x + 0,63y - 2,73z = 0,54; \\ 1,26x - 2,73y + 3,15z = 1,72. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 0,63x - 1,72y + 3,27z = -0,75; \\ -1,72x - 2,27y + 1,62z = 1,27; \\ 3,27x + 1,62y - 0,43z = 2,74. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 1,36x + 0,92y - 1,87z = 2,15; \\ 0,92x - 2,24y + 0,77z = -2,06; \\ -1,87x + 0,77y - 1,16z = 0,17. \end{cases}$$

Задание 2. 1) Постройте интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ с заданными узлами x_k ($k = 0,1,2,3$);

2) вычислите его значение в точке x^* ;

3) сравните с соответствующим значением $f(x^*)$ заданной функции, определив относительную погрешность (в %).

0. $f(x) = \frac{1}{x-5}, x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x^* = 1,057.$

1. $f(x) = \frac{1}{x-4}, x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x^* = 1,057.$

2. $f(x) = \frac{1}{x-3}, x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 2, x^* = 1,057.$

3. $f(x) = \frac{1}{x-2}, x_0 = -2, x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 1, x^* = -1,057.$

4. $f(x) = \frac{1}{x-1}, x_0 = 2, x_1 = 3, x_2 = 4, x_3 = 5, x^* = 2,057.$

5. $f(x) = \frac{1}{x+1}, x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x^* = 1,057.$

6. $f(x) = \frac{1}{x+2}, x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 2, x^* = -0,057.$

7. $f(x) = \frac{1}{x+3}, x_0 = -2, x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 1, x^* = -0,057.$

8. $f(x) = \frac{1}{x+4}, x_0 = -3, x_1 = -2, x_2 = -1, x_3 = 0, x^* = -1,057.$

9. $f(x) = \frac{1}{x+5}, x_0 = -4, x_1 = -3, x_2 = -2, x_3 = -1, x^* = -2,057.$

Задание 3. Методом наименьших квадратов найдите эмпирическую формулу вида $y = ax + b$ для данных, представленных таблицей, и постройте график найденной функции и исходных точек в одной системе координат.

0.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y | 2,7 | 2,2 | 4,2 | 5,7 | 4,7 |

1.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y | 1,8 | 1,3 | 3,3 | 4,8 | 3,8 |

2.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y | 2,3 | 1,8 | 3,8 | 5,3 | 4,3 |

3.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y | 1,6 | 1,1 | 3,1 | 4,6 | 3,6 |

4.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Y | 2,1 | 1,6 | 3,6 | 5,1 | 4,1 |

5.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Y | 2,8 | 2,3 | 4,3 | 5,8 | 4,8 |

6.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Y | 1,9 | 1,4 | 3,4 | 4,9 | 3,9 |

7.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Y | 2,4 | 1,9 | 3,9 | 5,4 | 4,4 |

8.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Y | 1,7 | 1,2 | 3,2 | 4,7 | 3,7 |

9.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Y | 2,6 | 2,1 | 4,1 | 5,6 | 4,6 |

Задание 4. Вычислите данный интеграл с помощью формул левых, правых, средних прямоугольников, трапеций и Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Сравните результаты.

$$0. \int_0^1 \sqrt{6-x^3} dx. \quad 1. \int_0^1 \sqrt{5-x^3} dx. \quad 2. \int_0^1 \sqrt{4-x^3} dx. \quad 3. \int_0^1 \sqrt{3-x^3} dx. \quad 4. \int_0^1 \sqrt{2-x^3} dx.$$

$$5. \int_0^1 \sqrt{2+x^3} dx. \quad 6. \int_0^1 \sqrt{3+x^3} dx. \quad 7. \int_0^1 \sqrt{4+x^3} dx. \quad 8. \int_0^1 \sqrt{5+x^3} dx. \quad 9. \int_0^1 \sqrt{6+x^3} dx.$$

Задание 5. Отделите корни данного уравнения аналитически и уточните больший из них методом Ньютона.

0. $5x^3 + 4x^2 - 30x + 3 = 0.$

1. $4x^3 + 3x^2 - 23x + 1 = 0.$

2. $3x^3 + x^2 - 16x + 2 = 0.$

3. $2x^3 + x^2 - 11x + 1 = 0.$

4. $5x^3 + 3x^2 - 32x + 4 = 0.$

5. $4x^3 + x^2 - 19x + 1 = 0.$

6. $5x^3 + x^2 - 28x + 2 = 0.$

7. $3x^3 + 2x^2 - 18x + 1 = 0.$

8. $2x^3 + x^2 - 13x + 3 = 0.$

9. $5x^3 + 2x^2 - 25x + 1 = 0.$

Задание 6. Составьте таблицы приближенных значений решения данного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющего начальному условию $y(1) = 0$, на отрезке $[1;2]$ с шагом $h=0,2$ с помощью методов Эйлера и Рунге-Кутты. Сравните полученные результаты с точными, определив относительную погрешность в каждой точке (в %).

0. $y' = -\frac{4y}{x} + x$. 1. $y' = \frac{3y}{x} + \frac{1}{x^4}$. 2. $y' = -\frac{2y}{x} + 1$. 3. $y' = \frac{4y}{x} + \frac{1}{x^2}$. 4. $y' = -\frac{3y}{x} + 1$.
 5. $y' = \frac{2y}{x} + \frac{1}{x^3}$. 6. $y' = -\frac{4y}{x} + 1$. 7. $y' = -\frac{3y}{x} + x$. 8. $y' = \frac{y}{x} + \frac{1}{x^2}$. 9. $y' = \frac{4y}{x} + \frac{1}{x^3}$.

Задание 7. Решите систему нелинейных уравнений методом простой итерации, проверив условия сходимости. Начальное приближение определите графически.

0. $\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0,5; \\ x - \cos y = 3. \end{cases}$

1. $\begin{cases} \sin x + 2y = 2; \\ \cos(y-1) + x = 0,7. \end{cases}$

2. $\begin{cases} \cos x + y = 1,5; \\ 2x - \sin y - 0,5 = 1. \end{cases}$

3. $\begin{cases} \sin(x+0,5) - y = 1; \\ \cos(y-2) + x = 0. \end{cases}$

4. $\begin{cases} \cos(x+0,5) + y = 0,8; \\ \sin y - 2x = 1,6. \end{cases}$

5. $\begin{cases} \sin(x-1) = 1,3 - y; \\ x - \sin(y+1) = 0,8. \end{cases}$

6. $\begin{cases} 2y - \cos(x+1) = 0; \\ x + \sin y = -0,4. \end{cases}$

7. $\begin{cases} \cos(x+0,5) - y = 2; \\ \sin y - 2x = 1. \end{cases}$

8. $\begin{cases} \sin(x+2) - y = 1,5; \\ x + \cos y - 2 = 0,5. \end{cases}$

9. $\begin{cases} \sin(y+1) - x = 1,2; \\ 2y + \cos x = 2. \end{cases}$

Рекомендуемая литература

1. Калиткин Н. Н. Численные методы. – М.: Наука. – 1978.
2. Лекции по вычислительной математике. / И. Б. Петров, А. И. Лобанов. – М.: Интернет. – 2006.
3. Киреев В. И. Численные методы в примерах и задачах. – М.: Высшая школа. – 2004.
4. Сборник задач по методам вычислений / под ред. П. И. Монастырного. – Мн.: Изд. Центр БГУ. – 2007.
5. Самарский А. А. Введение в численные методы. – М.: Наука. – 1987.
6. Практикум по вычислительной математике / Г. Н. Воробьева, А. Н. Данилова. – М.: Высш. шк., 1990.
7. Жевняк Р. М. Высшая математика. Ч. 5 / Р. М. Жевняк, А. А. Карпук. – Мн.: Выш. шк., 1988.

8. Копченова Н. В. Вычислительная математика в примерах и задачах / Н. В. Копченова, И. А. Марон. – М.: Наука, 1972.

9. Турчак Л. И. Основы численных методов – М.: Наука, 1987

10. Б. М. Манзон. Maple V power edition/

11. В. Н. Говорухин, В. Г. Цибулин. Введение в Maple. Математический пакет для всех.

12. А. В. Матросов. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики.

13. В. З. Аладьев. Основы программирования в Maple.

14. В. П. Дьяконов. Maple в математике, физике, образовании.

Вопросы к зачету

1. Математическое моделирование задачи и вычислительный эксперимент. Требования к численным методам. Погрешность численного решения задачи. Сущность итерационных методов.
2. Прямые методы решения СЛАУ (Гаусса и его модификации, Крамера, с помощью обратной матрицы, квадратного корня).
3. Итерационные методы решения СЛАУ (простой итерации, Зейделя, минимальных невязок, наискорейшего спуска).
4. Среднеквадратичная аппроксимация: постановка задачи, метод наименьших квадратов.
5. Интерполирование функций: глобальная интерполяция (интерполяционный многочлен Лагранжа, Ньютона), погрешность интерполяции; линейная, параболическая, кубическая интерполяция; интерполирование сплайнами.
6. Экстраполяция и сглаживание: применение аппарата интерполирования для экстраполяции функций, подбор эмпирических формул (метод выбранных точек, метод средних, среднеквадратичное и равномерное приближения).
7. Методы численного интегрирования (простейшие квадратурные формулы, оценка погрешности).
8. Методы численного дифференцирования.
9. Методы решения нелинейных уравнений (половинного деления, хорд, касательных, простой итерации), сходимость методов.
10. Методы решения систем нелинейных уравнений.
11. Методы решения ОДУ (Эйлера и его модификации, Рунге-Кутта, Адамса, Хемминга).
12. Применение математических пакетов Mathcad или Maple для решения прикладных задач.