

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»  
Институт информационных технологий  
Кафедра физико-математических дисциплин

## МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Варианты индивидуальных заданий по КР  
для студентов учебных групп 281021, 181022, 281023 ИИТ БГУИР  
заочной формы обучения (осенний семестр 2013-2014 уч. г.)

Предлагаемое индивидуальное задание по контрольной работе (КР) содержит задачи (10 вариантов) по основным темам курса учебной дисциплины «Методы и алгоритмы принятия решений». Вариант определяется по последней цифре номера зачетной книжки.

Задачи желательно решать в СКА Maple.

Защита КР будет организована в рамках лабораторных занятий во время зимней сессии (аналогичная работа с другими данными). «Если студент не защитил КР до текущей аттестации или в ходе ее проведения, он получает неудовлетворительную оценку по итогам текущей аттестации. При повторной текущей аттестации студент обязан проходить повторную защиту КР...» [Положение «О контрольных работах студентов ЗФО в БГУИР»].

Консультации проводятся в 1-ю и 3-ю календарные среды (День заочника) в каб. 801-7 по расписанию (доц. кафедры ФМД Калугина Марина Алексеевна, контактный телефон: +375296177208, e-mail: marina\_kalugina@list.ru).

При возникновении проблем с решением или программированием можно обращаться по предложенному электронному адресу, четко формулируя вопрос.

### ВНИМАНИЕ!!!

**НЕ ТРЕБУЕТСЯ** оформление отчета по КР в бумажном или электронном виде!

**Задание 1.** По обучающей выборке точек  $Z_i(x_i, y_i)$ , распределенных по классам  $C_j$  ( $C_1 = 1$  – 1-й класс,  $C_2 = 2$  – 2-й класс), определите принадлежность точек  $A$  и  $B$  одному из заданных классов.

Используйте для этого алгоритм  $K$ -ближайших представителей ( $K$  положите равным 3 и 5) и три типа метрик для определения минимального расстояния: евклидову, Чебышева, по Манхэттену. Полученное решение оформите в виде сводной таблицы для удобного сравнения результатов по каждому параметру. Сделайте чертеж.

**0.** Обучающая выборка:

Объекты	$x_i$	$y_i$	$C_j$
$Z_1$	1	1	1
$Z_2$	1	2	1
$Z_3$	1	3	1
$Z_4$	2	3	1
$Z_5$	3	4	1
$Z_6$	5	4	2
$Z_7$	5	3	2
$Z_8$	6	3	2
$Z_9$	6	2	2
$Z_{10}$	7	1	2

Классифицируемые объекты:  $A(4, 4)$ ,  $B(4, 1)$ .

**1. Обучающая выборка:**

Объекты	$x_i$	$y_i$	$C_j$
$Z_1$	2	1	1
$Z_2$	2	2	1
$Z_3$	2	3	1
$Z_4$	3	3	1
$Z_5$	4	4	1
$Z_6$	6	4	2
$Z_7$	6	3	2
$Z_8$	7	3	2
$Z_9$	7	2	2
$Z_{10}$	8	1	2

Классифицируемые объекты:  $A(5, 4)$ ,  $B(5, 1)$ .**2. Обучающая выборка:**

Объекты	$x_i$	$y_i$	$C_j$
$Z_1$	1	3	1
$Z_2$	1	4	1
$Z_3$	1	5	1
$Z_4$	2	5	1
$Z_5$	3	6	1
$Z_6$	5	6	2
$Z_7$	5	5	2
$Z_8$	6	5	2
$Z_9$	6	4	2
$Z_{10}$	7	3	2

Классифицируемые объекты:  $A(4, 6)$ ,  $B(4, 3)$ .**3. Обучающая выборка:**

2

Объекты	$x_i$	$y_i$	$C_j$
$Z_1$	4	1	1
$Z_2$	4	2	1
$Z_3$	4	3	1
$Z_4$	5	3	1
$Z_5$	9	4	1
$Z_6$	8	4	2
$Z_7$	8	3	2
$Z_8$	9	3	2
$Z_9$	9	2	2
$Z_{10}$	10	1	2

Классифицируемые объекты:  $A(7, 4)$ ,  $B(7, 1)$ .**4. Обучающая выборка:**

Объекты	$x_i$	$y_i$	$C_j$
$Z_1$	1	5	1
$Z_2$	1	6	1
$Z_3$	1	7	1
$Z_4$	2	7	1
$Z_5$	3	8	1
$Z_6$	5	8	2
$Z_7$	5	7	2
$Z_8$	6	7	2
$Z_9$	6	6	2
$Z_{10}$	7	5	2

Классифицируемые объекты:  $A(4, 8)$ ,  $B(4, 5)$ .

**5. Обучающая выборка:**

Объекты	$x_i$	$y_i$	$C_j$
$Z_1$	6	1	1
$Z_2$	6	2	1
$Z_3$	6	3	1
$Z_4$	7	3	1
$Z_5$	8	4	1
$Z_6$	10	4	2
$Z_7$	10	3	2
$Z_8$	11	3	2
$Z_9$	11	2	2
$Z_{10}$	12	1	2

Классифицируемые объекты:  $A(9, 4)$ ,  $B(9, 1)$ .**6. Обучающая выборка:**

Объекты	$x_i$	$y_i$	$C_j$
$Z_1$	1	7	1
$Z_2$	1	8	1
$Z_3$	1	9	1
$Z_4$	2	9	1
$Z_5$	3	10	1
$Z_6$	5	10	2
$Z_7$	5	9	2
$Z_8$	6	9	2
$Z_9$	6	8	2
$Z_{10}$	7	7	2

Классифицируемые объекты:  $A(4, 10)$ ,  $B(4, 7)$ .**7. Обучающая выборка:**

Объекты	$x_i$	$y_i$	$C_j$
$Z_1$	8	1	1
$Z_2$	8	2	1
$Z_3$	8	3	1
$Z_4$	9	3	1
$Z_5$	10	4	1
$Z_6$	12	4	2
$Z_7$	12	3	2
$Z_8$	13	3	2
$Z_9$	13	2	2
$Z_{10}$	14	1	2

Классифицируемые объекты:  $A(11, 4)$ ,  $B(11, 1)$ .**8. Обучающая выборка:**

Объекты	$x_i$	$y_i$	$C_j$
$Z_1$	1	9	1
$Z_2$	1	10	1
$Z_3$	1	11	1
$Z_4$	2	11	1
$Z_5$	3	12	1
$Z_6$	5	12	2
$Z_7$	5	11	2
$Z_8$	6	11	2
$Z_9$	6	10	2
$Z_{10}$	7	9	2

Классифицируемые объекты:  $A(4, 12)$ ,  $B(4, 9)$ .

**9. Обучающая выборка:**

Объекты	$x_i$	$y_i$	$C_j$
$Z_1$	10	1	1
$Z_2$	10	2	1
$Z_3$	10	3	1
$Z_4$	11	3	1
$Z_5$	12	4	1
$Z_6$	14	4	2
$Z_7$	14	3	2
$Z_8$	15	3	2
$Z_9$	15	2	2
$Z_{10}$	16	1	2

Классифицируемые объекты:  $A(13, 4)$ ,  $B(13, 1)$ .

**Задание 2.** Используя алгоритм  $K$ -средних ( $k$ -means), разбейте массив точек на 4 класса ( $K=4$ ) и определите их центры. Проиллюстрируйте свое решение.

**0.** Исходные данные:

Объекты	$x_i$	$y_i$
$Z_1$	1	1
$Z_2$	1	2
$Z_3$	1	3
$Z_4$	2	3
$Z_5$	3	4
$Z_6$	5	4
$Z_7$	5	3
$Z_8$	6	3
$Z_9$	6	2
$Z_{10}$	7	1
$Z_{11}$	4	4
$Z_{12}$	4	1

**1. Исходные данные:**

Объекты	$x_i$	$y_i$
$Z_1$	2	1
$Z_2$	2	2
$Z_3$	2	3
$Z_4$	3	3
$Z_5$	4	4
$Z_6$	6	4
$Z_7$	6	3
$Z_8$	7	3
$Z_9$	7	2
$Z_{10}$	8	1
$Z_{11}$	5	4
$Z_{12}$	5	1

**2. Исходные данные:**

Объекты	$x_i$	$y_i$
$Z_1$	1	3
$Z_2$	1	4
$Z_3$	1	5
$Z_4$	2	5
$Z_5$	3	6
$Z_6$	5	6
$Z_7$	5	5
$Z_8$	6	5
$Z_9$	6	4
$Z_{10}$	7	3
$Z_{11}$	4	6
$Z_{12}$	4	3

**3. Исходные данные:**

Объекты	$x_i$	$y_i$
$Z_1$	4	1
$Z_2$	4	2
$Z_3$	4	3
$Z_4$	5	3
$Z_5$	9	4
$Z_6$	8	4
$Z_7$	8	3
$Z_8$	9	3
$Z_9$	9	2
$Z_{10}$	10	1
$Z_{11}$	7	4
$Z_{12}$	7	1

**4. Исходные данные:**

Объекты	$x_i$	$y_i$
$Z_1$	1	5
$Z_2$	1	6
$Z_3$	1	7
$Z_4$	2	7
$Z_5$	3	8
$Z_6$	5	8
$Z_7$	5	7
$Z_8$	6	7
$Z_9$	6	6
$Z_{10}$	7	5
$Z_{11}$	4	8
$Z_{12}$	4	5

**5. Исходные данные:**

Объекты	$x_i$	$y_i$
$Z_1$	6	1
$Z_2$	6	2
$Z_3$	6	3
$Z_4$	7	3
$Z_5$	8	4
$Z_6$	10	4
$Z_7$	10	3
$Z_8$	11	3
$Z_9$	11	2
$Z_{10}$	12	1
$Z_{11}$	9	4
$Z_{12}$	9	1

**6. Исходные данные:**

Объекты	$x_i$	$y_i$
$Z_1$	1	7
$Z_2$	1	8
$Z_3$	1	9
$Z_4$	2	9
$Z_5$	3	10
$Z_6$	5	10
$Z_7$	5	9
$Z_8$	6	9
$Z_9$	6	8
$Z_{10}$	7	7
$Z_{11}$	4	10
$Z_{12}$	4	7

**7. Исходные данные:**

Объекты	$x_i$	$y_i$
$Z_1$	8	1
$Z_2$	8	2
$Z_3$	8	3
$Z_4$	9	3
$Z_5$	10	4
$Z_6$	12	4
$Z_7$	12	3
$Z_8$	13	3
$Z_9$	13	2
$Z_{10}$	14	1
$Z_{11}$	11	4
$Z_{12}$	11	1

**8. Исходные данные:**

Объекты	$x_i$	$y_i$
$Z_1$	1	9
$Z_2$	1	10
$Z_3$	1	11
$Z_4$	2	11
$Z_5$	3	12
$Z_6$	5	12
$Z_7$	5	11
$Z_8$	6	11
$Z_9$	6	10
$Z_{10}$	7	9
$Z_{11}$	4	12
$Z_{12}$	4	9



**9. Исходные данные:**

Объекты	$x_i$	$y_i$
$Z_1$	10	1
$Z_2$	10	2
$Z_3$	10	3
$Z_4$	11	3
$Z_5$	12	4
$Z_6$	14	4
$Z_7$	14	3
$Z_8$	15	3
$Z_9$	15	2
$Z_{10}$	16	1
$Z_{11}$	13	4
$Z_{12}$	13	1

**Задание 3.** Используя алгоритм максимина, разбейте массив точек из **Задания 2** на классы.

**Задание 4.** Постройте дендрограмму, соответствующую исходным данным **Задания 2**.  
Сделайте чертеж.

**Задание 5.** Для заданных значений параметров нормальных законов распределения  $(m_1, \sigma_1)$  и  $(m_2, \sigma_2)$ , характеризующих два класса объектов наблюдения  $C1$  и  $C2$ :

1) определите условные по классу плотности вероятности результатов наблюдений

$$f(x | C1) = f(x, m_1, \sigma_1), f(x | C2) = f(x, m_2, \sigma_2);$$

2) постройте решающее правило по критерию максимального правдоподобия;

3) рассчитайте теоретические величины вероятностей ошибок распознавания первого и второго рода по этому критерию;

4) для заданных значений априорных вероятностей  $p_1$  и  $p_2$  появления классов  $C1$  и  $C2$  определите условные плотности полной вероятности результатов наблюдений и апостериорные вероятности классов  $C1$  и  $C2$ ;

5) постройте решающее правило по критерию максимальной апостериорной вероятности;

6) рассчитайте теоретические величины вероятностей ошибок распознавания первого и второго рода;

7) сравните эффективности решающих правил, построенных по критериям максимального правдоподобия и максимальной апостериорной вероятности.

Исходные данные:

Вариант	$m_1$	$\sigma_1$	$m_2$	$\sigma_2$	$p_1$	$p_2$
0	2	0,5	4	1	0,3	0,7
1	0	0,4	2	1	0,4	0,6
2	0	1	2	0,8	0,1	0,9
3	--2	0,7	0	0,4	0,2	0,8
4	--1	0,3	1	0,9	0,6	0,4
5	--3	1	--1	0,5	0,9	0,1
6	--4	0,5	--2	1	0,7	0,3
7	3	0,8	5	1	0,8	0,2
8	1	0,5	3	1	0,3	0,7
9	2	1	4	0,5	0,5	0,5

**Дополнительные советы по выполнению работы.**

При затруднении можно использовать следующие источники.

1) Для выполнения **задания 1** - см. [1, с. 7-10]. Есть опечатка на стр. 8 в названиях расстояний, соответствующих приведенным формулам. Используйте три первые формулы.

2) Для выполнения **задания 2** – см. [2, с. 9-12]. Описан нужный алгоритм.

3) Для выполнения **задания 3** – см. [2, с. 12-14]. Описан нужный алгоритм.

4) Для выполнения **задания 4** – см. [2, с. 18-21]. Описан нужный алгоритм и приведен пример.

5) Для выполнения **задания 5** – см. [3, с. 4-10]. Приведены краткие

теоретические сведения, нужные формулы и пошаговое решение аналогичной задачи в СКА Mathcad. При желании можно провести решение «вручную», используя калькулятор.

#### Рекомендуемая литература

1. Н. В. Рязанцева. Классификация объектов с использованием теории распознавания образов. Лабораторный практикум, ч. 1. – Гомель: БГУТ, 2005.
2. Л. В. Бочкарева, М. В. Кирейцев. Методы и алгоритмы принятия решений. Учебно-методическое пособие. – Минск: БГУИР, 2006.
3. И. К. Васильева, П. Е. Ельцов. Методы распознавания образов. Учебное пособие по лабораторному практикуму. – Харьков: ХАИ, 2008.
4. Вапник В.Н., Червоненкис А.Я. Теория распознавания образов. Стохастические проблемы обучения. – М.: Наука, 1974.
5. Воронцов К.В. Математические методы обучения по прецедентам. Курс лекций (ФУПМ, МФТИ). – [www.ccas.ru/voron/teaching.html](http://www.ccas.ru/voron/teaching.html).
6. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. – М.: Мир, 1985.
7. Горелик А.Л., Скрипкин В.А. Методы распознавания. Учебное пособие. – М.: Высшая школа, 1984.
8. Гренандер У. Лекции по теории образов. Т.1 - 3. – М.: Мир, 1979 – 1983.
9. Дуда Р., Харт П. Распознавание образов и анализ сцен. – М.: Мир, 1976.
10. Закревский А.Д. Логика распознавания. – Минск: Наука и техника, 1988.
11. Золотых Н.Ю. Машинное обучение. Курс лекций (ВМиК Нижегородского государственного университета). – <http://www.uic.nnov.ru/~zny/ml>.
12. Журавлёв Ю.И., Рязанов В.В., Сенько О.В. «Распознавание». Математические методы. Программная система. Практические применения. – М.: ФАЗИС, 2006.
13. Местецкий Л.М. Математические методы распознавания образов. Курс лекций (ВМиК МГУ, кафедра ММП). – [www.ccas.ru/frc/papers/mestetskii04course.pdf](http://www.ccas.ru/frc/papers/mestetskii04course.pdf).
14. Патрик Э. Основы теории распознавания образов. – М.: Сов. радио, 1980.
15. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов. – М.: Мир, 1978.

16. Фу К. Структурные методы в распознавании объектов. – М.: Мир, 1977.
17. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов. – М.: Наука, 1979.
18. <http://www.machinelearning.ru> – профессиональный информационно-аналитический ресурс, посвященный машинному обучению, распознаванию образов и интеллектуальному анализу данных.
19. Б. М. Манзон. Maple V power edition/
20. В. Н. Говорухин, В. Г. Цибулин. Введение в Maple. Математический пакет для всех.
21. А. В. Матросов. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики.
22. В. З. Аладьев. Основы программирования в Maple.
23. В. П. Дьяконов. Maple в математике, физике, образовании.